

Cornigé RCP 110

Feu 2015

Ex1 Forme standard de P

$$\text{Max } z = 2x_1 + 3x_2$$

$$x_1 - x_2 + \frac{1}{2}x_3 - x_4 = 2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 5$$

$$x_i \geq 0$$

Phase I (obtenir solution réalisable)

$$\text{Max } -x_5 - x_6$$

$$x_1 - x_2 + \frac{1}{2}x_3 - x_4 + x_5 = 2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_6 = 5$$

$$x_i \geq 0$$

	1	2	3	4	5	6	
5	①	-1	1/2	-1	1	0	2
6	1	1	1	0	0	1	5
	2	⊗	3/2	-1	0	0	7

	1	2	3	4	5	6	
1	1	-1	1/2	-1	1	0	2
6	0	②	1/2	1	-1	1	3
	0	2	1/2	1	-2	0	3

	1	2	3	4	5	6	
1	1	0	3/2	1/2	1/2	1/2	7/2
2	0	1	1/2	1/2	-1/2	1/2	3/2
	0	0	0	0	-1	-1	0

sol réalisable
 $x_1 \leq 7/2$ $x_2 \leq 3/2$
 $x_3 \leq x_4 \leq 0$

Ex1 (suite)

	1	2	3	4	
1	1	0	$3/4$	$-1/2$	$7/2$
2	0	1	$1/4$	$1/2$	$3/2$
	0	0	$-3/4$	$-1/2$	$-23/2$

sol. optimale
 $x_1 = \frac{7}{2}$ $x_2 = 3/2$
 $x_3 \leq x_4 \leq 0$

Ex2:

Q1: Forme standard de P1:

$$\max z' = x_1 + 2x_2 + 2x_3$$

$$x_1 - x_2 + \frac{1}{2}x_5 - x_4 = 2$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 5$$

$$x_2 + x_3 + x_5 = 4$$

$$x \geq 0$$

La solution x^0 est solution réalisable de P1

$$\begin{aligned} Q2: \quad & x_1 = 7/2 - 3/4 x_3 + 1/2 x_4 \\ & x_2 = 3/2 - 1/4 x_3 - 1/2 x_4 \end{aligned}$$

tableau opt.
Ex1

$$x_5 = 4 - x_2 - x_3$$

$$\Rightarrow x_5 = 4 - \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4}x_3 - \frac{1}{2}x_4 \right) - x_3$$

$$x_5 = \frac{5}{2} - \frac{3}{4}x_3 + \frac{1}{2}x_4$$

$$z' = x_1 + 2x_2 + 2x_3$$

$$= \left(\frac{7}{2} - \frac{3}{4}x_3 + \frac{1}{2}x_4 \right) + 2 \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4}x_3 - \frac{1}{2}x_4 \right) + 2x_3$$

$$z' = \frac{13}{2} + \frac{3}{4}x_3 - \frac{1}{2}x_4$$

Ex 2 (Suite)

Q3:

	1	2	3	4	5	
1	1	0	$3/4$	$-1/2$	0	$7/2$
2	0	1	$1/4$	$1/2$	0	$3/2$
5	0	0	$(3/4)$	$-1/2$	1	$5/2$
	0	0	$3/4$	$-1/2$	0	$-3/2$

1	1	0	0	0	-1	1
2	0	1	0	$2/3$	$-1/3$	$2/3$
3	0	0	1	$-2/3$	$4/3$	$10/3$
	0	0	0	0	-1	-9

Exercice 3

Q1: Min $2y_1 + 5y_2 + 4y_3$
 $-y_1 + y_2 \geq 1$
 $y_1 + y_2 + y_3 \geq 2$
 $-1/2y_1 + y_2 + y_3 \geq 2$
 $y_3 \geq 0$

Q2: $(-x_1 + x_2 - \frac{1}{2}x_3 + 2) \cdot y_1 = 0$

$(x_1 + x_2 + x_3) \cdot y_2 = 0$

$(x_2 + x_3 - 4) \cdot y_3 = 0$

$(-y_1 + y_2 - 1) \cdot x_1 = 0$

$(y_1 + y_2 + y_3 + 2) \cdot x_2 = 0$

$(-1/2y_1 + y_2 + y_3 - 2) \cdot x_3 = 0$

EX3 (Suite)

$$x_1 \leq 1 \quad x_2 \leq 2/3 \quad x_3 \leq 10/3$$

$$-y_1 + y_2 = 1$$

$$\begin{array}{rcl} y_1 + y_2 + y_3 & = & 2 \\ -\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 & = & 2 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{soustraction} \quad \frac{3}{2}y_1 < 0 \Rightarrow y_1 = 0$$

$$y_1 = 0 \Rightarrow y_2 = 1 \Rightarrow y_3 = 1$$

la solution $y_1 = 0, y_2 = 1, y_3 = 1$ est réalisable pour D.

la solution $x_1 = 1, x_2 = 2/3, x_3 = 10/3$ réalisable pour P''

$\Rightarrow$ le couple de solution est optimal