

Examen Programmation Linéaire Avancée
Avril 2014

Durée 2 Heures 30

Tous documents papier autorisés
Ordinateur, tablette, calculatrice et téléphone non autorisés

Recommandations : Vous pouvez utiliser le résultat de questions précédentes pour répondre à une question - Vous prendrez soin de bien détailler chacune de vos réponses

Problème I

Nous redonnons l'exemple de programme linéaire fourni au premier cours:

Lucie, viticultrice, dispose de 5 ares de cépage merlot, 8 ares de syrah et de 8 ares de chardonnay. Chaque are de vigne correspond à une production d'un hectolitre de vin. Elle réalise ou bien un assemblage avec la proportion, 1 litre de merlot, 1 litre de syrah et 2 litres de chardonnay quelle vend 4 euros le litre, ou bien un assemblage avec la proportion 1 litre de merlot, 2 litres de syrah et 1 litre de chardonnay quelle vend 5 euros le litre. Comment la viticultrice doit elle assembler l'ensemble de sa production pour réaliser une recette maximale ?

$$\begin{aligned} \max & 4x + 5y \\ \frac{1}{4}(x + y) & \leq 500 \\ \frac{1}{4}(2x + y) & \leq 800 \\ \frac{1}{4}(x + 2y) & \leq 800 \\ x, y & \geq 0 \end{aligned}$$

Supposons maintenant que la production de Lucie soit soumise la contrainte supplémentaire suivante :

La production de l'un des assemblage ne doit pas dépasser de plus de 50% la production de l'autre.

Question 1 Donner le programme linéaire obtenu en tenant compte de cette nouvelle contrainte. Justifier clairement

Problème II

Soit le Programme Linéaire suivant à résoudre par l'algorithme du simplexe:

$$\begin{aligned}\max \quad z &= -2x_1 + x_2 \\ 2x_1 + 2x_2 &\geq 3 \quad (1) \\ 2x_1 - 2x_2 &\leq 3 \quad (2) \\ -x_1 + x_2 &\leq 2 \quad (3) \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

Question 1 Expliquer pourquoi il est nécessaire d'effectuer une première phase de l'algorithme.

Question 2 Appliquer la phase 1 de l'algorithme du simplexe.

Question 3 Appliquer l'algorithme du simplexe jusqu'à l'obtention d'une solution optimale.

Question 4 La solution obtenue est-elle unique ? Justifier.

Question 5 Ecrire le programme linéaire dual.

Question 6 Donner une solution optimale du dual.