PROJET 2012 : Conception et dimensionnement d'un réseau de capteurs sans fil

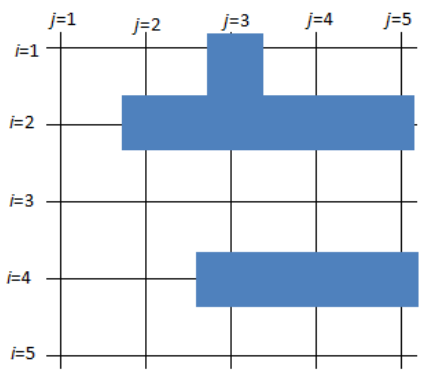
1) Objectif du projet

Le but de ce projet est l'étude de la conception optimisée d'un réseau de capteurs actifs sans fils avec prise en compte de la tolérance aux pannes. On modélisera la conception du réseau (choix du nombre de capteurs, détermination de leur rayon de portée et choix de leur localisation) à l'aide d'un programme en variables entières ou binaires, et il conviendra ensuite de résoudre le problème par une méthode approchée (méta-heuristique) d'une part et par la programmation linéaire en nombres entiers d'autre part.

2) Description du projet

Un réseau de capteurs sans fil est un réseau ad hoc avec un grand nombre de noeuds qui sont des micro-capteurs capables de récolter et de transmettre des données environnementales d'une manière autonome. La position de ces noeuds n'est pas obligatoirement prédéterminée. Ils peuvent être dispersés dans une zone géographique, appelée « champ de captage » correspondant au terrain d'intérêt pour le phénomène capté. En plus d'applications civiles, il existe des applications militaires aux réseaux de capteurs (détection d'intrusions, localisation de combattants, véhicules, armes, etc. sur un champ de bataille, sous l'eau, dans l'espace, dans le sol...). Plusieurs topologies du réseau de capteurs peuvent être envisagées. Dans la topologie dite en toile ou en grille (mesh) considérée ici, tout noeud peut échanger avec n'importe quel autre noeud du réseau (s'il est à portée de transmission). Un noeud voulant transmettre un message à un autre noeud hors de sa portée de transmission, peut utiliser un noeud intermédiaire pour envoyer son message au noeud destinataire.

Voici un exemple de champ de captage. La région physique à couvrir par le réseau de capteurs à constituer a été « discrétisée » en lui superposant une grille de 25 points de positionnements possibles pour les capteurs : on considère qu'on placera des capteurs uniquement aux intersections entre les lignes verticales et horizontales. La région comporte des obstacles : il est impossible de placer un capteur en un nœud comportant un obstacle.

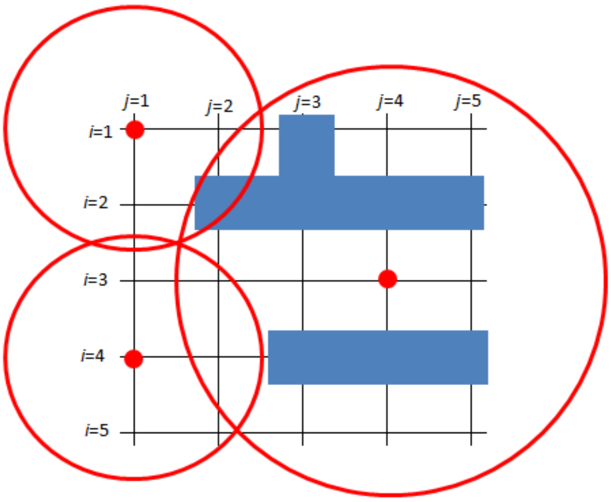


Exemple de champ de captage

On veut maintenant placer sur cette grille des capteurs en respectant un certain nombre de contrainte. On dispose de 3 types de capteurs, qui diffèrent par leur rayon de portée : les capteurs du type 1 ont un rayon de 1,5, ceux du type 2 ont un rayon de 2,5 et ceux du type 3 un rayon de 3,5. L'énergie consommée par un capteur dépend de sa portée : plus le rayon de portée est grand, plus le capteur consomme d'énergie. Plus précisément, pour un rayon de portée r, l'énergie consommée est donnée par la formule $5{,}2 \times r^2$. On désire maintenant placer des capteurs sur les nœuds du champ de captage sachant que :

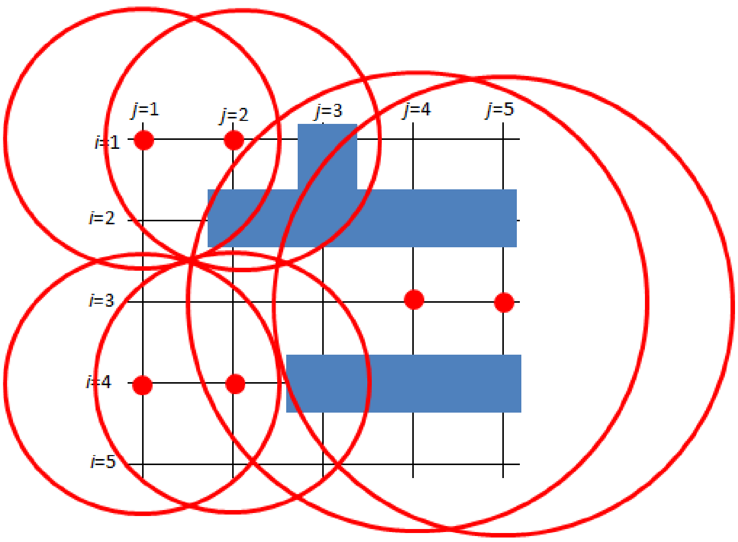
- on connaît la dimension de la grille (I lignes horizontales et J lignes verticales espacées d'une unité, $I=J=5$ sur l'exemple), la position des obstacles (nœuds en lesquels il n'est pas possible de placer un capteur);
- pour prévenir les défaillances possibles des capteurs, on désire que chaque noeud de la grille soit couvert par p capteurs (p sera appelé degré de redondance de couverture). Un nœud est couvert s'il est à une distance d'un nœud comportant un capteur inférieure ou égale au rayon de portée du capteur.
- On ne peut placer qu'un capteur au plus en chaque nœud et si on le fait, on doit déterminer le type du capteur (c'est-à-dire son rayon de portée).
- On désire minimiser l'énergie totale consommée.

Sur l'exemple, la solution optimale avec p=1 est la suivante :



p=1 : Energie minimale : 55,9 et il faut 3 capteurs

Avec p=2, la solution optimale devient :



p=2 : Energie minimale : 111,8 et il faut 6 capteurs

3) Travail demandé

1. Modéliser la localisation d'un nombre minimum de capteurs sur la grille à l'aide d'un programme linéaire en variables entières ou 0-1 (date limite : 18 mai 2012).

2. Mettre en œuvre une métaheuristique pour rechercher une bonne solution admissible (pas nécessairement optimale). Vous testerez votre méthode sur les instances proposées sur le site du cours. (date limite : 10 juillet 2012).

3. A l'aide du solveur glpk, déterminer une borne inférieure pour les instances du problème proposées sur le site du cours, et, lorsque c'est possible, la solution optimale pour les petites instances : on limitera le temps de résolution exacte à 20 min. . (date limite : 10 juillet 2012).

4) Suggestion de modélisation

- Variables de décision :
  - R_{ij} : variable réelle positive ou nulle, qui représente le carré du rayon de portée d'un éventuel capteur placé en le nœud (*i*, *j*). $R_{ij} = 0$ si aucun capteur n'est placé en le nœud (*i*, *j*).
  - $x_{ijkl} \in \{0,1\}$: variable 0-1, valant 1 si et seulement si un éventuel capteur placé en le noeud (*i*,*j*) couvre le nœud (*k*,*l*), 0 sinon.
  - $y_{ijt} \in \{0,1\}$: variable 0-1, valant 1 si et seulement si le capteur en le nœud (*i*,*j*) est de type *t* (*t* = 0, 1, 2 ou 3). Le type *t*=0 correspondant à une absence de capteur (rayon nul), *t*=1 correspond à un capteur de rayon 1,5, *t*=2 pour un rayon de 2,5 et *t*=3 pour un rayon de 3,5.

- Contraintes :
  - Le nœud (*i*,*j*) ne contient aucun capteur ou bien un unique capteur de type *t*=1,2 ou3.
  - Le rayon R_{ij} de l'éventuel capteur placé en (*i*,*j*) dépend du type du capteur (lien entre les variables R_{ij} et les variables y_{ijt}).
  - Contrainte de couverture : le nœud (*i*,*j*) est couvert par *p* capteurs (si (*i*,*j*) n'est pas à l'intérieur d'un obstacle).
  - Lien entre les variables R_{ij} et les variables x_{ijkl}. On ne donne ici qu'une partie des contraintes qui lient ces deux types de variables, il faut trouver une contrainte similaire. L'idée est que x_{ijkl} doit valoir 1 lorsque R_{ij} est supérieur ou égal au carré D_{ijkl} de la distance entre les nœuds (*i*,*j*) et (*k*,*l*) : $D_{ijkl} = (i-k)^2 + (j-l)^2$.
    - Première série de contraintes assurant ce lien entre les R_{ij} et les x_{ijkl} (M est une constante suffisamment grande) :
      $$M \ x_{ijkl} \geq \ R_{ij} - D_{ijkl}$$
      Cette contrainte assure que si R_{ij} dépasse D_{ijkl}, alors x_{ij} doit valoir 1.
    - Deuxième série de contraintes assurant que si R_{ij} ne dépasse pas D_{ijkl}, alors x_{ij} doit valoir 0 : à trouver

- Fonction objectif : à déterminer

Il convient d'écrire les contraintes mentionnées plus haut (en étant précis sur les indices) et la fonction objectif.