CORRIGE EXAMEN OPTIMISATION EN INFORMATIQUE RCP104 Sept 2007

<u>Première partie</u> **<u>Placement de tâches et de bases de données</u>**

Q 1 Minimiser $Z = \sum_{i=1,..,M} \sum_{k=1,..,N} Vol_{ik}\, \bar{x}_{ik}$

Q 2 $\sum_{k=1}^{N} x_{ik} = 1 \quad \forall i = 1,..,M$ C1

Q3 $\sum_{i=1}^{M} x_{ik} \leq R \quad \forall k = 1,..,N$ C2

Q4 Si R est très grand (plus que M), la solution initiale est optimale; sinon on peut penser qu'elle ne sera pas mauvaise mais cela dépend de l'écart entre les volumes.

Q5-a Le seul mouvement possible est de déplacer une tâche d'un processeur vers un autre.
Q5-b Il faut vérifier que le processeur qui accueille la tâche n'a pas déjà R tâches.
Q5-c Variation du coût si la tâche T_i est déplacée d'un processeur P_a vers un processeur P_b:
$\Delta cout = Vol_{ia} - Vol_{ib}$

Q 6-a $\sum_{i=1}^{M} x_{ik} = R \quad \forall k = 1,..,N$ C2'

Q6-b Il n'est pas nécessaire de modifier la recherche de la solution initiale: comme il y a exactement RN tâches, il y en aura exactement R par processeur.
Q6-c Le seul mouvement possible est d'échanger deux tâches qui ne sont pas sur le même processeur.
Q6-d Si on échange T_i qui est sur P_a avec T_j qui est sur P_b, la variation de coût est:
$\Delta cout = Vol_{ia} - Vol_{ib} + Vol_{jb} - Vol_{ja}$

Q 7-a Minimiser $Z' = \sum_{i=1,..,M} \sum_{j=1,..,B} \sum_{k=1,..,N} Vol_{ij}\, x_{ik}\, \bar{y}_{jk}$ (ou bien $\bar{x}_{ik}\, y_{jk}$)

Q7-b $\sum_{k=1}^{N} y_{jk} = 1 \quad \forall j = 1,..,B$ et $\sum_{j=1}^{B} y_{jk} \leq 3 \quad \forall k = 1,..,N$

Partie II- Résolution de problèmes

Soit *P* le programme mathématique en variables 0-1 suivant :

$$P\begin{cases}\min 5x_{11}+3x_{21}+7x_{31}+7x_{12}+4x_{22}+10x_{32}\\ s.c.\\ x_{11}+x_{12}=1\\ x_{21}+x_{22}=1\\ x_{31}+x_{32}=1\\ x_{11}+x_{21}+x_{31}\leq 2{,}5\\ x_{12}+x_{22}+x_{32}\leq 2{,}5\\ x_{11},x_{21},x_{31},x_{21},x_{22},x_{32}\in\{0{,}1\}\end{cases}$$

1) Réécrire la fonction objectif en fonction des seules variables x_{12}, x_{22}, x_{32}.

Objectif : $15+2x_{12}+x_{22}+3x_{32}$

2) Vérifier que les valeurs $x_{11}=x_{31}=1\,;\, x_{21}=x_{22}=0{,}5\ \ et\ x_{12}=x_{32}=0$ forment une solution admissible pour le problème *P'* obtenu par relaxation continue de *P*. Quelle est la valeur de cette solution ?

En effet, toutes les contraintes sont vérifiées. Valeur : 15,5

3) Par quel raisonnement (court) peut-on prouver que la solution ci-dessus est optimale pour *P'* ?

Les variables de la fonction obj doivent être à leur plus petite valeur possible d'abord x32=0, x12=0, puis, comme x12+x22+x32>=0,5, on prend x22=0,5. On déduit les valeurs des autres variables. Donc borne fournie par relaxation continue : 15,5

4) Par un raisonnement analogue, trouver une solution optimale pour *P*.

Le mieux à faire, compte tenu des coefficients de l'objectif est : x22=x32=0 et x22=1. Solution de valeur 16.

5) Quelle inégalité valide simple peut-on ajouter à *P'* afin de « couper » la solution de la question 2) ? Que devient la valeur optimale de *P'* si on ajoute cette coupe ?

inégalité $x_{11}+x_{21}+x_{31}\leq 2$ Nouvelle valeur optimale : 16, plus de saut d'intégrité.